

文章编号 1004-924X(2008)10-2009-05

基于 RAC 约束的星敏感器在轨校准方法

魏新国,张广军,樊巧云,江 洁

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院,北京 100191)

摘要:提出了一种基于 RAC 约束(Radial Alignment Constraint)的星敏感器在轨校准方法。该方法不依赖外部姿态信息,通过建立基于 RAC 约束的星敏感器成像模型,采用两步法从单帧星图解算出外部参数和内部参数,并利用多帧星图整体优化的方式得到内部参数的整体最优解。仿真实验表明,该方法能有效消除内部参数与外部参数耦合,实现其准确分离和解算。在星点位置噪声方差为 0.05 pixel 的情况下,该方法能准确解算出内外参数,其残差在 x 方向为 0.063 pixel,在 y 方向上为 0.053 pixel。

关键词:星敏感器;在轨校准;RAC 约束

中图分类号:V448.22 **文献标识码:**A

On-orbit calibration of star sensor based on radial alignment constraint

WEI Xin-guo, ZHANG Guang-jun, FAN Qiao-yun, JIANG Jie

(School of Instrument and Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: An on-orbit calibration method of star sensor based on Radial Alignment Constraint(RAC) is proposed. The imaging model of star sensor is established according to RAC. Then, external and internal parameters are calculated from a single sky image using a two-stage method, and the optimal solution of internal parameters is obtained from the global optimization of multiple sky images. The simulation result indicates that the proposed method can eliminate the coupling between external parameters and internal parameters effectively and can calculate these parameters precisely. When the standard deviation of star positional noise is set to 0.05 pixel, the internal and external parameters are correctly obtained and the residual errors are 0.063 pixel in x direction and 0.053 pixel in y direction respectively.

Key words: star sensor; on-orbit calibration; Radial Alignment Constraint(RAC)

1 引 言

星敏感器是一种利用对恒星观测,为空间飞行器提供高精度姿态信息的航天测量仪器^[1]。星

敏感器在轨校准方法是星敏感器研究和应用中的一项关键技术。在星敏感器发射前,其内部参数如焦距、主点(光轴在图像传感器靶面的交点)和畸变等会在地面进行校准。在星敏感器投入使用后,由于发射时的冲击和工作环境的变化,以及长

时间工作带来的老化等因素的影响,均会使星敏感器的内部参数出现偏差。因此,必须通过在轨校准技术对星敏感器的内部参数进行重新自主校准,以获得高精度的姿态测量结果^[2-3]。

现有的在轨校准方法主要分两类:一类是依赖于外部姿态信息的校准;一类是根据星内角距不变原理(不依赖于姿态信息)的校准。前一类方法需要事先提供一个已知的精确姿态^[4],如果提供的姿态存在误差,则该误差会引入校准过程中,影响校准精度。而且,由于星敏感器通常是各类航天飞行器上精度最高的姿态测量部件,要为其提供更高精度的姿态参考信息往往非常困难。基于角距不变的在轨校准方法根据星内角距正交变换不变原理,检测在轨飞行过程中星内角距测量值和真实值之间的偏差,利用优化算法估计出主点和焦距^[5]。该方法无法计算得到畸变,还必须依赖其他模型来获取畸变参数。

本文根据镜头畸变以径向畸变为主的特点^[6],将摄像机标定中的 RAC(Radial Alignment Constraint)约束^[7]引入到星敏感器的在轨校准中来,提出了一种基于 RAC 约束的在轨校准方法。该方法根据径向排列约束来解决星敏感器外部姿态和内部参数的耦合问题,不依赖外部姿态信息,能精确解算出星敏感器的全部内部参数。

2 基于 RAC 约束的星敏感器成像模型

天球坐标系和星敏感器坐标系定义如图 1 所示。设 $O'-X_n Y_n Z_n$ 为天球坐标系, $O-XYZ$

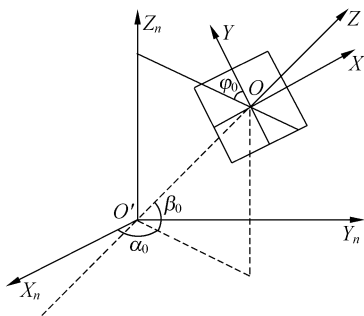


图 1 天球坐标系与星敏感器坐标系示意图

Fig. 1 Celestial sphere coordinate and star sensor coordinate

为星敏感器坐标系。以天球坐标系为参照坐标系定义星敏感器的姿态角,姿态角由赤经 α_0 、赤纬 β_0 和滚转角 φ_0 组成^[8-10]。这里, α_0 为 Z 轴在 $X_n Y_n$ 面上的投影与 X_n 轴的夹角, β_0 为 Z 轴与它在 $X_n Y_n$ 面上的投影之间的夹角, φ_0 为子午面和 XY 面交线与 Y 轴的夹角。

从天球坐标系到星敏感器坐标系的转换过程为:第一步,绕 Z_n 轴转动 $(\alpha_0 + \pi/2)$ 角,使得 X_n 轴和子午面垂直;第二步,绕新的 X_n 轴转动 $(\pi/2 - \beta_0)$ 角,使得 Z_n 轴和 Z 轴一致;第三步,绕新的 Z_n 轴转动 φ_0 角,使得天球坐标系和星敏感器坐标系重合。则该转动过程的方向余弦矩阵 \mathbf{R} 即为姿态转换矩阵,表示为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -S_{\alpha_0} C_{\varphi_0} - C_{\alpha_0} S_{\beta_0} S_{\varphi_0} & C_{\alpha_0} C_{\varphi_0} - S_{\alpha_0} S_{\beta_0} S_{\varphi_0} & C_{\beta_0} S_{\varphi_0} \\ S_{\alpha_0} S_{\varphi_0} - C_{\alpha_0} S_{\beta_0} C_{\varphi_0} & -C_{\alpha_0} S_{\varphi_0} - S_{\alpha_0} S_{\beta_0} C_{\varphi_0} & C_{\beta_0} C_{\varphi_0} \\ C_{\alpha_0} C_{\beta_0} & S_{\alpha_0} C_{\beta_0} & S_{\beta_0} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中, S 表示正弦函数, C 表示余弦函数。 \mathbf{R} 简化表示为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix},$$

设星光方向矢量为:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 分别为星光矢量在天球坐标系 $X_n Y_n Z_n$ 方向的分量, α 和 β 分别为该恒星的赤经和赤纬坐标。

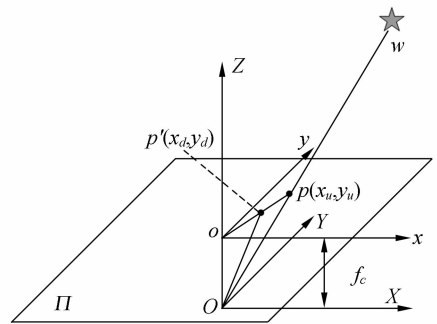


图 2 透视投影变换和径向畸变

Fig. 2 Perspective projection and radial distortion

在理想(不考虑畸变)情况下,恒星在星敏感器上的成像过程符合透视投影模型,如图 2 所示。

$O-XYZ$ 为星敏感器坐标系, $o-xy$ 为 2 维靶面坐标系, Π 为图像传感器靶面, Oo 间距离为焦距 f_c 。设恒星理想成像点为 $p(x_u, y_u)$, 根据透视投影关系有:

$$\begin{cases} x_u = f_c \frac{r_1 w_1 + r_2 w_2 + r_3 w_3}{r_7 w_1 + r_8 w_2 + r_9 w_3} \\ y_u = f_c \frac{r_4 w_1 + r_5 w_2 + r_6 w_3}{r_7 w_1 + r_8 w_2 + r_9 w_3} \end{cases} \quad (3)$$

在考虑径向畸变的情况下, 恒星实际成像点为 $p'(x_d, y_d)$ 。RAC 约束可以简单表述为: op 平行于 op' (如图 2 所示), 且径向畸变和焦距 f_c 不改变畸变的方向, 即 op 的方向不随畸变程度和焦距的变化而变化^[7]。根据此约束可得到实际成像点的坐标:

$$\begin{cases} x_d = x_u(1 + kr^2) \\ y_d = y_u(1 + kr^2) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $r = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$, k 表示径向畸变系数。其图像坐标表示为:

$$\begin{cases} x = s_x \cdot x_d / \Delta x + x_0 \\ y = y_d / \Delta y + y_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, x 和 y 为以像素为单位的恒星图像坐标, s_x 为图像尺度因子(也称为横纵比), (x_0, y_0) 为以像素为单位的星敏感器主点坐标, Δx 和 Δy 为像元在 x 和 y 方向的尺寸, 单位为 mm。

3 校准方法及步骤

如前所述, 畸变系数 k 和焦距 f_c 的变化不会改变畸变的方向, 根据此 RAC 约束推导的任何关系式均和 k 和 f_c 无关^[7,11]。因此, 利用 RAC 约束建立的成像模型, 其外部姿态参数 (\mathbf{R}) 和内部参数 (k 和 f_c) 不会存在耦合关系, 可以将外部姿态参数和内部参数分开进行校准并实现其准确分离。

基于 RAC 约束的在轨校准方法分两步进行: 首先进行单帧星图处理, 然后进行多帧星图的整体优化。单帧星图处理分两步, 第一步为姿态矩阵 \mathbf{R} 和尺度因子 s_x 的计算; 第二步为焦距 f_c 和畸变系数 k 的计算。完成单帧星图处理后, 以单帧星图处理得到的校准结果为初值, 进行多帧星图的整体参数优化, 以获得更精确的内部参数。

星敏感器在其在轨校准前, 需连续采集多帧图像, 利用鲁棒性强(能容忍由于内部参数的微小

变化而引起的星间角距测量值的变化)的星图识别方法, 对各帧星图中的恒星进行识别, 同时获得这些观测星对应导航星的赤经、赤纬坐标。

3.1 计算姿态矩阵 \mathbf{R} 和尺度因子 s_x

设主点 (x_0, y_0) 为图像中心, 将图像坐标转换到以主点为原点的坐标系中, 即:

$$\begin{cases} x_c = (x - x_0) \cdot \Delta x \\ y_c = (x - x_0) \cdot \Delta y \end{cases} \quad (6)$$

根据式(3)、(4)、(5), 有:

$$\frac{x_c}{s_x y_c} = \frac{r_1 w_1 + r_2 w_2 + r_3 w_3}{r_4 w_1 + r_5 w_2 + r_6 w_3} \quad (7)$$

由上式得到:

$$\begin{aligned} & y_c w_1 s_x r_1 + y_c w_2 s_x r_2 + y_c w_3 s_x r_3 - \\ & x_c w_1 r_4 - x_c w_2 r_5 - x_c w_3 r_6 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

设 $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6)$, 其中 $h_1 = s_x r_1, h_2 = s_x r_2, h_3 = s_x r_3, h_4 = r_4, h_5 = r_5, h_6 = r_6$, 有: $[y_c w_1, y_c w_2, y_c w_3, -x_c w_1, -x_c w_2, -x_c w_3] \mathbf{h} = 0$ 。 (9)

对于星图中的每个星点均可得到上式, 于是它们可以组成齐次方程组:

$$\mathbf{A} \mathbf{h} = 0 \quad (10)$$

该齐次方程的解为矩阵 \mathbf{A} 的最小奇异值对应的右奇异值向量, 该解向量和 \mathbf{h} 有一个比例关系, 记为 $\tilde{\mathbf{h}}$ 。由于姿态矩阵 \mathbf{R} 为正交矩阵, 因此有约束:

$$\begin{cases} r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 1 \\ r_4^2 + r_5^2 + r_6^2 = 1 \end{cases} \quad (11)$$

于是, 设 $c = \sqrt{\tilde{h}_4^2 + \tilde{h}_5^2 + \tilde{h}_6^2}$ 为齐次方程组解和真实解的比例系数, 即 $\mathbf{h} = \tilde{\mathbf{h}}/c$, 同时得到:

$$s_x = \frac{1}{c} \sqrt{\tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \tilde{h}_3^2} \quad (12)$$

进而可以得到:

$$r_4 = \frac{\tilde{h}_4}{c}, r_5 = \frac{\tilde{h}_5}{c}, r_6 = \frac{\tilde{h}_6}{c}, r_1 = \frac{\tilde{h}_1}{s_x c}, r_2 = \frac{\tilde{h}_2}{s_x c}, r_3 = \frac{\tilde{h}_3}{s_x c} \quad (13)$$

根据 \mathbf{R} 的正交性, r_7, r_8 和 r_9 可以根据 \mathbf{R} 矩阵前两行的叉积获得, 即:

$$r_7 = r_2 r_6 - r_3 r_5, r_8 = r_3 r_4 - r_1 r_6, r_9 = r_1 r_5 - r_2 r_4 \quad (14)$$

根据式(12)可知, 此处默认比例系数 c 为正。实际上 c 有可能为负, 因此需要进一步判断 c 的符号。以当前视场内距视场中心最远的观测星进行判断, 设此星序号为 i , 其天球坐标系内的星光

向量为:

$$\mathbf{v}_i = [n_1, n_2, n_3]^T$$

$$\text{记: } \begin{cases} x_i = \frac{r_1 n_1 + r_2 n_2 + r_3 n_3}{r_7 n_1 + r_8 n_2 + r_9 n_3} \\ y_i = \frac{r_4 n_1 + r_5 n_2 + r_6 n_3}{r_7 n_1 + r_8 n_2 + r_9 n_3} \end{cases} \quad (15)$$

设 (x_i, y_i) 为该星在以主点为原点的图像坐标系下的坐标值, 如果 $\text{sign}(x_i) = \text{sign}(x_{ci})$ 且 $\text{sign}(y_i) = \text{sign}(y_{ci})$, 则表示估计投影位置和实际投影位置在同一象限, c 符号为正, 否则 c 符号为负, 姿态矩阵 \mathbf{R} 的参数 $r_{1\sim6}$ 取反。

由于参数 $r_{1\sim6}$ 是通过解齐次方程组求出的, 因此需要对 \mathbf{R} 矩阵进行正交化处理, 设 $\tilde{\mathbf{R}}$ 为前面计算得到姿态矩阵, $\tilde{\mathbf{R}}$ 的奇异值分解为 \mathbf{USV}^T , 于是可以求出正交矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{UV}^T$ 。

3.2 计算焦距 f_c 和径向畸变系数 k

根据式(3)和(4)可以得到

$$\begin{cases} x_d = f_c(1 + kr^2) \frac{r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2 + r_3 \omega_3}{r_7 \omega_1 + r_8 \omega_2 + r_9 \omega_3} \\ y_d = f_c(1 + kr^2) \frac{r_4 \omega_1 + r_5 \omega_2 + r_6 \omega_3}{r_7 \omega_1 + r_8 \omega_2 + r_9 \omega_3} \end{cases} \quad (16)$$

代入 $r_{1\sim9}$, 并取 f_c 的地面校准值为焦距 f_c 的初值, 畸变系数 k 初值取 0, 解以上非线性方程组, 利用最速下降法来优化搜索, 即可很快得到焦距 f_c 和畸变系数 k 的精确解。

3.3 多帧星图整体优化

通常在采集并识别 10 帧左右星图之后就可以进行多帧星图的整体优化, 其具体方法为: 将所有采集和识别的星图中的星点代入式(16), 并将所有的内外参数(姿态矩阵 \mathbf{R} , 尺度因子 s_x , 焦距 f_c , 畸变系数 k 和主点 (x_0, y_0)) 均作为待优化的参数, 采用 Levenberg-Marquardt 优化算法进行整体优化以获得更稳定的最优解。

4 仿真实验与结果分析

实验中星敏感器的仿真参数为: 视场 $12^\circ \times 12^\circ$, 分辨率 1024×1024 , 像素尺寸 $0.015 \text{ mm} \times 0.015 \text{ mm}$, 比例因子 $s_x = 1.05$, 焦距 $f_c = 73.0703 \text{ mm}$, 径向畸变系数 $k = -0.0005$, 主点 $(x_0, y_0) = (512, 512)$ 。仿真采用 10 帧星图, 其设定姿态如表 1 所示。

仿真结果表明, 在未加任何噪声的情况下, 解

算得到的姿态以及内部参数和预先设定的姿态及内部参数完全一致。该结果表明基于 RAC 约束的在轨校准方法可以有效消除内部参数与外部参数的耦合, 实现其准确分离和解算。

表 1 仿真星图的设定姿态角和解算姿态结果

Tab. 1 Predetermined attitude angles of simulated sky images and results of calculated attitude angles

序 号	设定姿态角/(°)			解算姿态角/(°)		
	赤经	赤纬	滚转	赤经	赤纬	滚转
1	-45	-35	20	-45.000	-35.000	19.999
2	-35	-25	20	-35.001	-24.999	19.996
3	-25	-15	20	-25.000	-15.001	19.997
4	-15	-5	20	-15.000	-5.000	19.998
5	-5	5	20	-5.000	5.000	20.001
6	5	15	20	5.000	15.000	20.004
7	15	25	20	15.000	25.000	20.004
8	25	35	20	25.000	34.999	20.001
9	35	45	20	35.000	45.000	20.002
10	45	55	20	44.999	55.000	20.004

为了更好地评价该在轨校准方法的性能, 在每个星点上添加一定的位置噪声。噪声设定为均值为 0, 方差为 0.05 pixel 的高斯噪声。经过 10 帧星图的整体优化, 得到计算结果为: $s_x = 1.0500$, $f_c = 73.0723 \text{ mm}$, $k = -5.0031 \times 10^{-4}$, $x_0 = 512.002 \text{ pixel}$, $y_0 = 511.995 \text{ pixel}$ 。外部参数的解算结果(通过 \mathbf{R} 矩阵计算姿态角)如表 1 所示。

将所有校准参数代入式(1)~(5)的成像模型中, 得到其在图像坐标系下的残差为 x 方向为 0.063 pixel, y 方向为 0.053 pixel, 对比 0.05 pixel 的噪声水平说明校准结果令人满意。

5 结 论

本文提出了一种基于 RAC 约束的星敏感器在轨校准方法。该方法根据透镜畸变的特点, 以 RAC 约束建立星敏感器的成像模型, 通过两步法利用单帧星图解算出外部参数和内部参数, 进而通过多帧星图整体优化的方式得到内部参数的整体最优解。仿真实验表明, 该方法能有效消除内

部参数与外部参数的耦合,实现其准确分离和解算。在星点位置噪声方差为 0.05 pixel 的情况下,该方法能准确解算出内外参数,其残差在 x 方向为 0.063 pixel,在 y 方向上为 0.053 pixel。

参考文献:

- [1] LIEBE C C. Star trackers for attitude determination[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1995, 10(6): 10-16.
- [2] LIEBE C C. Accuracy performance of star trackers -a tutorial[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 2002, 38(2): 587-599.
- [3] 李春艳,李怀锋,孙才红. 高精度星敏感器天文标定方法及观测分析[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(4): 558-563.
LI CH Y, LI H F, SUN C H. Astronomical calibration method and observation analysis for high-accuracy star sensor[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4): 558-563. (in Chinese)
- [4] GRIFFITH D T, SINGLA P, JUNKINS J L. Autonomous on-orbit calibration of approaches for star tracker cameras[J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2002, 112(1): 39-57.
- [5] SAMAAN M A, GRIFFITH D T, SINGLA P, et al.. Autonomous on-orbit calibration of star trackers[C]. *Core Technologies for Space System Conference, Colorado*, 2001: 28-30.
- [6] WENG J, COHEN P, HERNIOU M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(10): 965-980.
- [7] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses[J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-3(4), 1987: 323-344.
- [8] 郝胜国,郝志航. 星敏感器星象模拟软件的研究[J]. *光学精密工程*, 2000, 8(3): 91-95.
HAO SH G, HAO ZH H. Star image simulation software of star-tracker[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2000, 8(3): 91-95. (in Chinese)
- [9] 陈元枝. 基于星敏感器的卫星三轴姿态测量方法研究[D]. 长春:中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2000.
CHEN Y ZH. *Three-axis satellite attitude measurement using star sensor*[D]. Changchun: Changchun institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2000. (in Chinese)
- [10] 巩岩,胡宜宁,赵阳. 基于数字光处理技术的小型星模拟器设计[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(11): 1688-1703.
GONG Y, HU Y N, ZHAO Y. Design of a mini star simulator based on digital optical processing[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(11): 1688-1703. (in Chinese)
- [11] 张广军. 机器视觉[M]. 北京:科学出版社, 2005.
ZHANG G J. *Machine Vision*[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)

作者简介:魏新国(1977—),男,讲师,主要从事光电测量、机器视觉、天体敏感器及天文导航方面的研究。E-mail:wxg@buaa.edu.cn